Kartometrická analýza starých map II.

KGI/KAMET | Alžběta Brychtová

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

KARTOMETRIE DŘÍVE A DNES

- Dříve používané pomůcky a postupy:
  - **Pravítko**
  - **Kružítko**
  - **Úhloměr**
  - **Metody výpočtu měřítka:**
  - Výpočtem ze slovního měřítka
  - Určením z grafického měřítka
  - Použitím nomogramu
  - Určením ze zákresu zeměpisné sítě
  - Určením podle kresby obsahu mapy

- A dnes?
  - **Výpočetní technika**
  - **+**
  - **Specializovaný software**
  - **+**
  - **Referenční data**
  - **Vizualizace:**
  - lokálních měřítek a rotací
  - deformačních sítí,
  - vektoru posunu

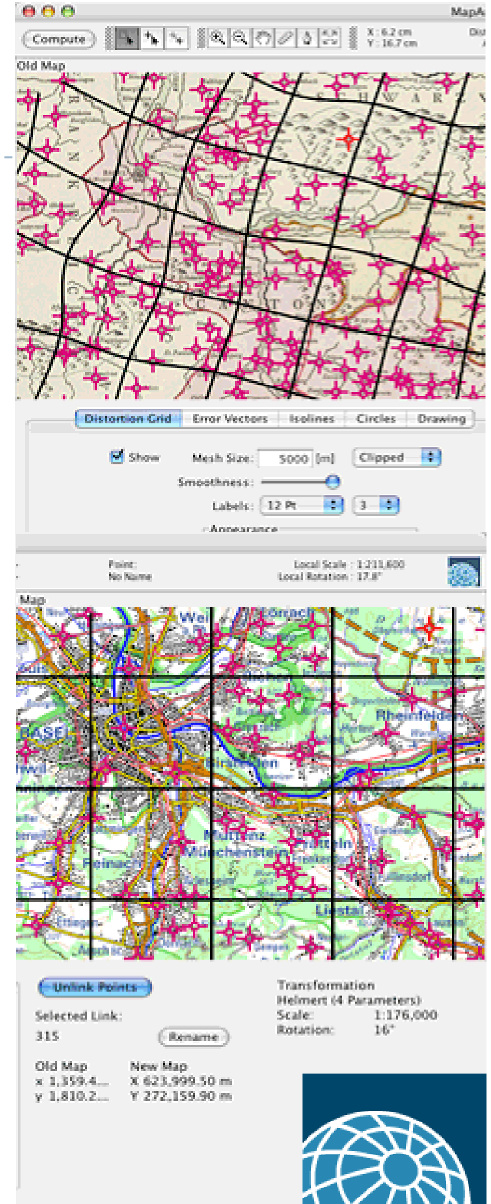
Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 |

MapAnalyst

- Ústav kartografie ETH v Curychu
- Open-source Java aplikace

- vytvořena pro **analýzy přesností starých map**
- výpočty **lokálních měřítek a rotací** mapy
- tvorba **deformačních sítí**, **vektoru posunu**
- volně ke stažení na stránkách

  http://mapanalyst.cartography.ch



Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

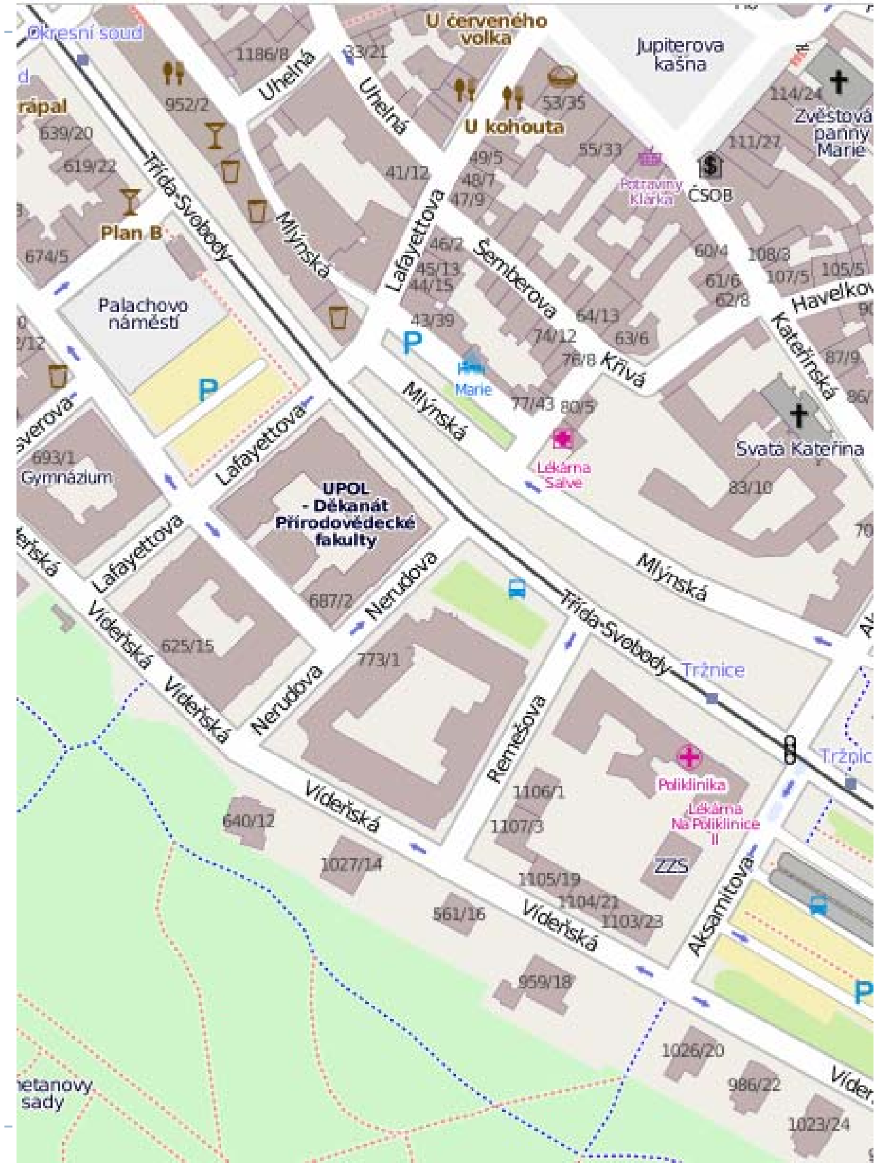
REFERENČNÍ DATA

- **Vhodná referenční data?**
- **Ideální stav?**
  - Nová dnešní mapa shodné oblasti, shodného měřítka, shodné podrobnosti
- Skeny topografických map
- Datové základny (databáze Macon), data společnosti ESRI
- **OpenStreetMap**

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012

OpenStreetMap

- Projekt zaměřený na vytváření **svobodných geografických dat** pod licencí Creative Commons Attribution-ShareAlike 2.0.
- Data sice nejsou vytvářena zcela precizním způsobem, ale jsou velmi dobře použitelná pro analýzy **map malého měřítka** i pro **přibližné analýzy map velkého měřítka**
- OpenStreeMap je přímo implementován do základního nastavení softwaru **MapAnalyst**



Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

KARTOMETRIE

- Dnešní kartometrie využívá k hodnocení **planimetrických nepřesností** starých map **kvaziekvideformát**

  - **množiny bodů**, vyšetřených průběhů zeměpisné sítě poledníků a rovnoběžek podle polohy bodů v kresbě obsahu mapy (především zákresu sídel, pramenů a soutoků řek), vzhledem k zeměpisné síti na novodobých topografických nebo obecně geografických mapách.

- **(Pozn. Planimetrické nepřesnosti** = polohové nepřesnosti, rozložení vzdáleností a směrů mezi identickými objekty na staré a referenční mapě.)

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

KVAZIEKVIDEFORMÁTY

- Jejich konstrukce vychází z **identických bodů**

  (tzv. párů srovnávacích bodů)

  - **Jednoznačně** identifikovatelných v dnešní referenční i ve staré mapě.
  - Nejčastěji volíme **sídla, soutoky řek**, prameny, hráze rybníků, hrady, zámky, kostely, kláštery, osady, mlýny, dvory, křižovatky cest, mosty, případně vrcholy vyvýšenin, propasti, jeskyně apod.
  - Optimálně by měly identické body **rovnoměrně pokrývat** zkoumané území

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

DIGITALIZACE

- převedení knih, dokumentů, map, zvukových a obrazových nahrávek do digitálního tvaru
- důvody digitalizace v kartografii:
  - ochrana map kreslených, nebo tištěných na méně stabilních materiálech (papír, pergamen), uchování pro další generalizace
  - možnost rychlého a levného šíření map
  - nutnost pro práci s analogovými mapami v počítačových programech

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 |

DIGITALIZACE

- Zásady při digitalizaci map
  - ochrana vzácných dokumentů – používání specializovaných skenerů šetrných k vazbě i materiálu

Obrázek převzat z Book2net http://www.book2net.net/book-scanner/book2net-flash.html

DIGITALIZACE

- Zásady při digitalizaci map
  - skenování s dostatečným rozlišením
    - mapy je nutné skenovat na co nejvyšší rozlišení, aby byla zajištěna čitelnost popisů i po digitální transformaci mapy do jiného souřadnicového systému
    - min 300 PPI (pixels per inch)
  - po transformaci digitální kopie mapy do správného souřadnicového systému lze neuvažovat srážku původního materiálu mapy

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 |

TRANSFORMACE

- Transformace souřadnic je proces, při kterém dochází k přechodu **od jedné soustavy souřadnic ke druhé**
- Vyjadřujeme jej pomocí **transformačních rovnic**
- Souboru transformačních rovnic říkáme **transformační klíč**
- Při transformaci tedy máme dvě soustavy souřadnic, mezi nimiž hledáme **vzájemný vztah**

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

TRANSFORMACE

- **Geometrické transformace** (též numerické transformace) nevyžadují znalost zobrazovacích rovnic kartografických transformací původního a nového souřadnicového systému.
- Jsou založeny na znalosti **přesné polohy vybraných bodů - identických bodů** (někdy se jim také říká **vlícovací body**), jejichž polohu známe v obou souřadnicových systémech.

- Pozn. všechny metody geometrických korekcí **leteckých a družicových snímků** jsou založeny na výpočtu parametrů geometrických transformací z polohy pozemních kontrolních bodů

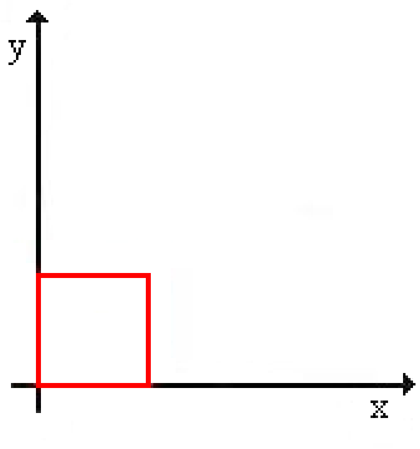
Geometrické transformace souřadnic v rovině

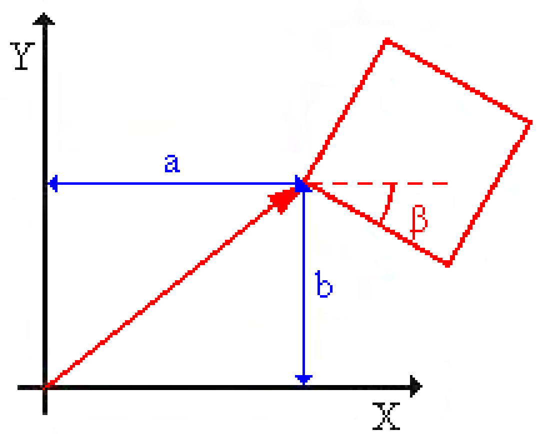
- V GIS se používají dvě metody - **lineární konformní a afinní (polynomická) transformace**
- Zahrnují **tři základní operace**:
  - **Posunutí počátku**
  - **Otočení souřadnicových os o určitý úhel**
  - **Změna měřítka**
- Koeficienty charakterizující operace jsou **konstantní** v celé transformované oblasti.
- Liší se jen ve **způsobu změny měřítka**
  - **Konformní transformace**: změna měřítka je ve všech směrech stejná,
  - **Afinní transformace:** odlišná změna měřítka (měřítkový faktor) ve směru osy x a y.

Geometrické transformace souřadnic v rovině

Lineární konformní transformace (LKT)

- vhodná pro transformace mezi souřadnicovými systémy, které jsou navzájem posunuty, pootočeny a ve směrech obou souřadnicových os **mají ve stejném poměru změněno měřítko**.





Lineární konformní transformace (LKT)

$$\boldsymbol{X} = q\,\boldsymbol{R}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{k} = q\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- (x,y) ... souřadnice soustavy první (původní souř.)
- (X,Y) ... souřadnice soustavy druhé (transformované souř.)
- β ... úhel rotace, pootočení
- R ... matice rotace
- q ... měřítko,
- (a,b) ... Posun

- Souřadnicové osy otočíme o **úhel β**, posuneme o **vektor (a,b)** a vynásobíme matici rotace **měřítkem q** změní se souřadnice **(x,y)** na souřadnice **(X,Y)**
- K výpočtu koeficientů (q, β, a, b) potřebujeme znát souřadnice **dvou dvojic identických bodů** (X1,Y1), (X2,Y2) a původní (x1,y1), (x2, y2) - **4 souřadnice**

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012

HELMERTOVA (4- prvková) TRANSFORMACE

- **Konformní podobnostní** transformace s nadbytečným počtem identických bodů.
- Podobnostní transformace bodů se provede pomocí **posunu počátku souřadnicové soustavy**, **jednoho pootočení** a **jedné změny měřítka**.
- K řešení transformace podobnostní je třeba minimálně 2 identických bodů.
- Jestliže je zadán větší počet identických bodů, úloha se řeší vyrovnáním metodou MNČ (metodou nejmenších čtverců)

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

HELMERTOVA (4- prvková) TRANSFORMACE

- Helmertovu transformaci lze vyjádřit pomocí transformačních rovnic:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = q \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \end{pmatrix}$$

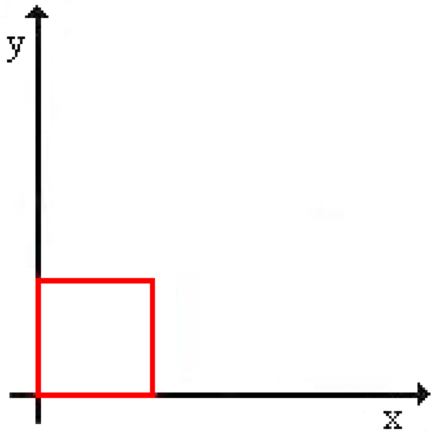
  - Xi, Yi souřadnice ve výstupní soustavě,
  - xi, yi jsou souřadnice ve vstupní soustavě,
  - q je skalární změna měřítka (délkový modul),
  - TX, TY posun počátku výstupní soustavy proti vstupní soustavě a
  - R je matice rotace.
- Pro matici rotace platí vztah:
  - Kde ω je úhel pootočení souřadnicových os.

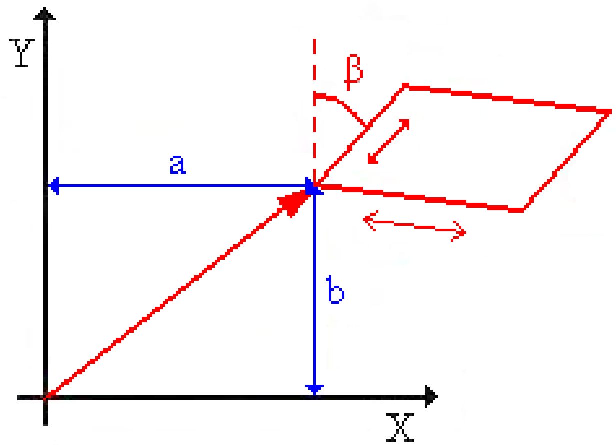
$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\varpi \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}$$

Polynomické transformace

Afinní transformace (polynomická prvního řádu)

- Geometricky se jedná **o posun, rotaci a změnu měřítka každé souřadnicové osy** původního souřadnicového systému.





  - Pozn. Obrázek ukazuje, jak transformace deformuje vstupní data. Je vidět že čtverec se nám vůči počátku souřadnicového systému posunul a pootočil. Navíc se ještě zvětšil a zkosil.

Polynomické transformace

Afinní transformace (polynomická prvního řádu)

- Minimálně jsou potřeba **3 dvojice identických bodů**
- Afinní transformace se v praxi používá při transformaci souřadnicového systému digitizéru do souřadnicového systému mapy při digitalizaci.

- **Transformační vztah** má tvar:

$$\boldsymbol{X} = q\,\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{k} = q\begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- Kde měřítko q=(qx,qy),

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

AFINNÍ PĚTIPRVKOVÁ TRANSFORMACE

- Transformace se provede pomocí
  - **posunu počátku souřadnicové soustavy**, **jednoho pootočení os** mezi původním a novým systémem a **dvou změn měřítka** (ve směru os).
- K řešení afinní pětiprvkové transformace je třeba **3 identických bodů**.
- Při zadání vyššího počtu identických bodů se úloha řeší MNČ

- **Transformačních rovnice:**

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = q \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \end{pmatrix}$$

- **Změna měřítka**: q = (qx,qy)
- qx, qy jsou změny měřítka ve směru os

- **Matice rotace**:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\varpi \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}$$

- Kde ω je úhel pootočení souřadnicových os

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

Polynomické transformace druhého a vyšších řádů

- Při komplikovanější deformaci mapy je výhodnější použít **polynomickou transformaci vyššího řádu**

$$X = \sum_{m=0}^{n} \sum_{i=0}^{m} a_{m,i} x^i y^{m-i}$$

$$Y = \sum_{m=0}^{n} \sum_{i=0}^{m} b_{m,i} x^i y^{m-i}$$

- Pro výpočet koeficientů polynomické transformace **n-tého** řádu je potřebných alespoň

$$N_n = \frac{n^2 + 3n + 2}{2}$$ N-dvojic identických bodů.

- Pozn. Afinní transformace → n=1 alespoň tři dvojice identických bodů . Polynomu druhého řádu → minimálně šest identických bodů, při použití polynomu třetího řádu → deseti identických bodů . Doporučuje se používat vyšší počet bodů, které zmenší polohovou chybu.

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

Polynomické transformace druhého a vyšších řádů

- V praxi se používají pouze **řády 2 a 3**, jelikož vyšší řády nepřinášejí podstatnější zvýšení přesnosti, spíše naopak.
- **2. řádu**

$$X = a_0 + a_1.x + a_2.y + a_3.xy + a_4.x^2 + a_5.y^2$$
$$Y = b_0 + b_1.x + b_2.y + b_3.xy + b_4.x^2 + b_5.y^2$$

- **3.řádu**

$$X = a_0 + a_1.x + a_2.y + a_3.xy + a_4.x^2 + a_5.y^2 + a_6.x^2y + a_7.xy^2 + a_8.x^3 + a_9.y^3$$
$$Y = b_0 + b_1.x + b_2.y + b_3.xy + b_4.x^2 + b_5.y^2 + b_6.x^2y + b_7.xy^2 + b_8.x^3 + b_9.y^3$$

- Pozn. Čtverec deformují polynomické transformace vyšších řádů obdobným způsobem, jako afinní transformace. Jeho hranice v cílové soustavě jsou pak tvořeny křivkami. Zatímco u prvního řádu to byly úsečky, u druhého řádu se jedná o části parabol, …

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

AFINNÍ ŠESTIPRVKOVÁ TRANSFORMACE

- Transformace se provede pomocí:
  - **Dvou pootočení os** mezi původním a novým systémem
  - a **dvou změn měřítka** (ve směru os).
  - K řešení afinní šestiprvkové transformace je třeba **3 identických bodů**. Při zadání vyššího počtu identických bodů se úloha řeší vyrovnáním MNČ

- **Transformačních rovnice:**

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = q \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \end{pmatrix}$$

  - Změna měřítka: q = (qx,qy)
  - qx, qy jsou změny měřítka ve směru os

- **Matice rotace**:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\gamma \\ \sin\omega & \cos\gamma \end{pmatrix}$$

  - Kde ω, γ jsou úhly pootočení souřadnicových os

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

MNČ (Metoda Nejmenších Čtverců)

- U všech základních typů transformací je uvedeno, kolik mají parametrů, tedy kolik hodnot musíme zadat.
- U transformace se ale obvykle používá **více referenčních bodů**.
- **Hodnoty koeficientů** se pak vypočtou **metodou nejmenších čtverců**, kde se **minimalizuje suma rozdílů** v poloze mezi souřadnicemi transformovaných bodů.

VIZUALIZACE

- **Metody vizualizace planimetrických nepřesností mapy:**
  - **Distorzní mřížka (=deformační síť),**
  - Vektorů posunů,
  - **Izolinií měřítka a**
  - Izolinií rotace mapy.

(pozn.: dají se využít i jiné nástroje a způsoby. např. využití GIS?)

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

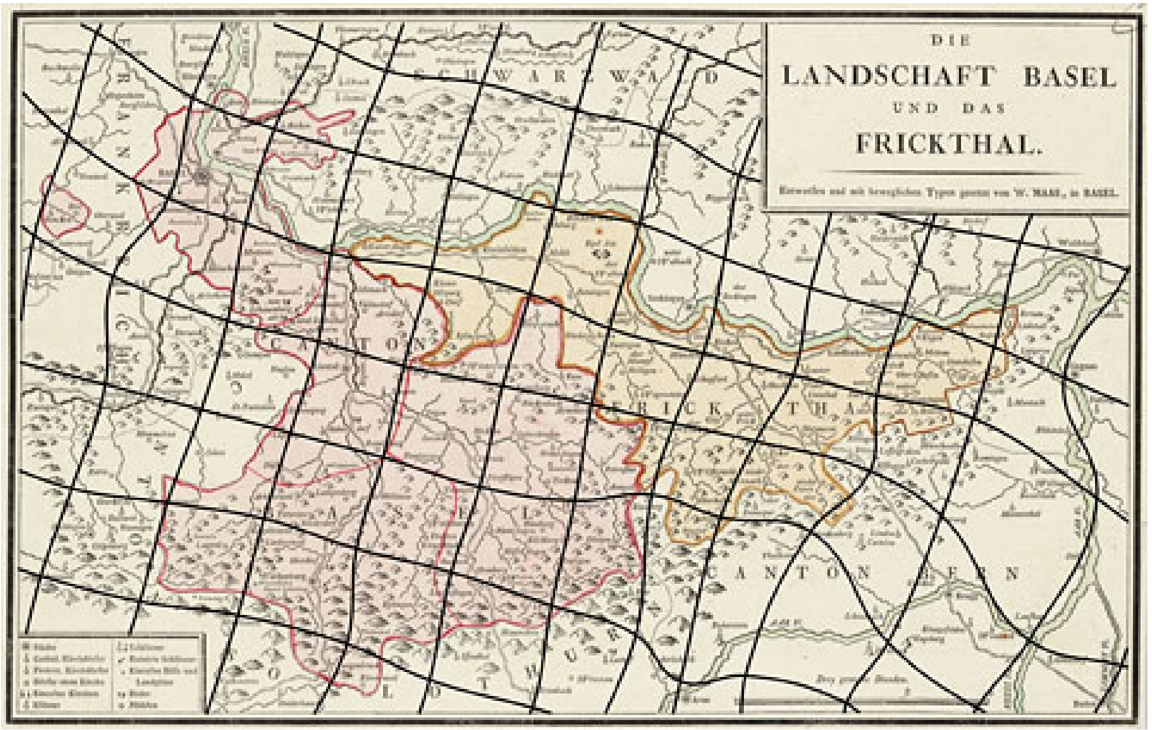
Deformační síť

- způsob **zobrazení polohové nepřesnosti** zkoumané mapy,
- který lze vyhotovit i **ručně**
  - Pak jsou ale průběhy hran jednotlivých buněk založeny spíše na subjektivním dojmu, než na přesném výpočtu.

- srozumitelně ukazuje, jak je mapa stočena o proti referenční mapě
  - (kdyby zkoumaná mapa nenesla žádnou planimetrickou chybu tvořila by deformační síť pravidelnou čtvercovou síť).
- Program MapAnalyst umožňuje nastavit pro distorzní mřížku interval rozestupu rovnoběžek čtvercové sítě, tloušťku a styl čáry rovnoběžek čtvercové sítě, velikost a hustotu popisu čtvercové sítě.

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

Deformační síť



- Pootočená, stlačená nebo zvětšená část deformační sítě znázorňuje lokální deformaci a rotaci staré mapy.

Vektory posunu

- Vektor posunu:
  - znázorňuje **polohovou přesnost každého identického bodu** na mapě.
  - spojuje místo bodu **před transformací** s jeho umístěním **obrazem po transformaci**.
  - Vektor má počátek v místě, ve kterém se nachází na zkoumané mapě, a končí v místě, na kterém by se bod nacházel, kdyby zkoumaná mapa byla shodná s mapou referenční.

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

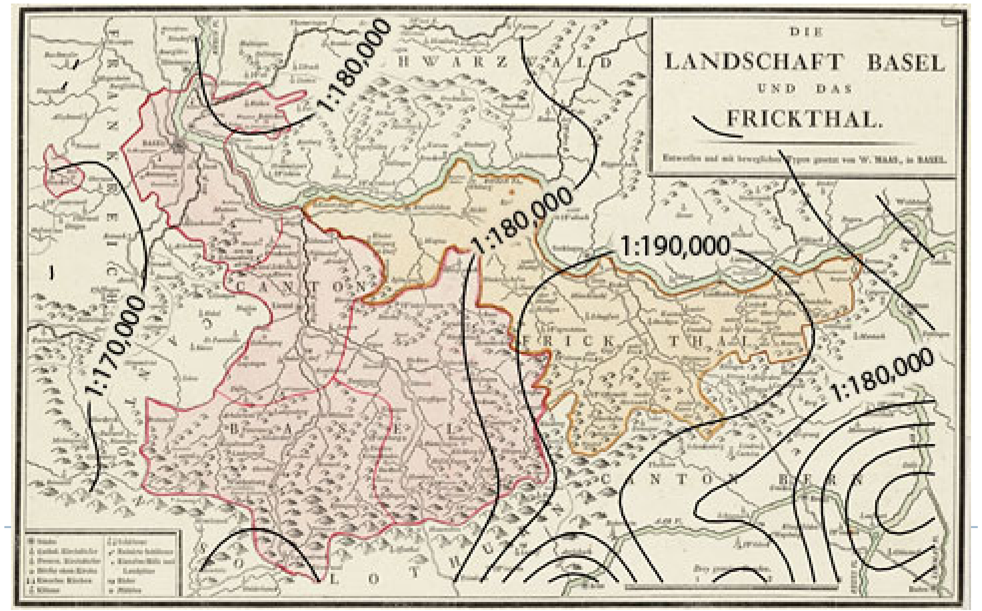
Vektory posunu

- Čím je tedy **vektor delší**, tím je poloha bodu na zkoumané mapě **nepřesnější**.
- Zvláště dlouhé vektory lze **snadno identifikovat** a zkontrolovat, zda se nejedná o **hrubé chyby** v identifikaci pozice bodů v mapě

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

IZOLINIE MĚŘÍTKA A ROTACE

- Nové metody vizualizací planimetrických nepřesností starých map
- linie, spojující místa se **stejnými hodnotami měřítka** nebo **rotace mapy**.
- Podkladový algoritmus používá dvě neviditelné rastrové sítě, které si udržují pravidelně rozložené měřítkové a rotační hodnoty.



IZOLINIE MĚŘÍTKA A ROTACE

- K výsledným hodnotám se lze dopracovat pomocí tří kroků:
  - nejprve se vytvoří dvě rastrové sítě, které nesou hodnoty průměrného měřítka a průměrné rotace,
  - poté se vypočítají měřítkové a rotační hodnoty pro každou buňku
  - a nakonec se za použití algoritmu vytvářejícího obrysové linie získají výsledné izolinie rastrové sítě.

- Výpočty probíhají na základě **zvolené transformace** a **metody nejmenších čtverců (MNČ)**.
- Tvary izolinií závisí na určení velikosti poloměru kruhu, který vymezuje maximální vzdálenost bodů, které mají vliv na výslednou hodnotu výpočtu v bodě.

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012

Základní statistika

- Po provedení transformace získáváme (nejen vizualizaci) i numerické zhodnocení planimetrické přesnosti mapy:
  - Průměrné měřítko mapy
  - Průměrná rotace mapy
  - Směrodatnou odchylku
  - I střední hodnotu polohové chyby

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012

Je kartometrie mrtvá věda?

- **Kartometrická analýza starých map českých zemí: mapa Čech a mapa Moravy od p. Kaeria. (2007)**
- **Vizualizace kartometrických charakteristik našich nejstarších map v software MapAnalyst (2008)**
- **Kartometrická analýza historické Aretinovy mapy čech (2009)**
- **Kartometrická analýza portolánového atlasu jauma olivese (2010)**
- **Kartometrická analýza vogtovy mapy (2010)**
- **Kartometrická analýza brněnského portolánu (2012)**

Reference:

- JENNY, Bernhard. *MapAnalyst* [online]. Bern, 2012 [cit. 2012-10-09]. Dostupné z: http://mapanalyst.org/index.html

- *VIZUALIZACE KARTOMETRICKÝCH CHARAKTERISTIK NAŠICH NEJSTARŠÍCH MAP V SOFTWARE MAPANALYST*. Praha, 2009. Dostupné z: http://maps.fsv.cvut.cz/gacr/student/2008_Bc_Vejrova.pdf. Bakalářská práce. ČVUT. Vedoucí práce Ing. Jiří Cajthaml, Ph.D.

- *KARTOMETRICKÁ ANALÝZA PORTOLÁNOVÉHO ATLASU JAUMA OLIVESE 1563*. Olomouc, 2010. Dostupné z: http://www.geoinformatics.upol.cz/dprace/bakalarske/novosadova10/download/text_prace.pdf. Bakalářská práce. UPOL, KGI. Vedoucí práce prof. RNDr. Vít Voženílek, CSc.

Vznik učebního textu byl podpořen grantovým projektem FRVŠ MŠMT č. 2025/2012 | © Katedra geoinformatiky, PřF, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012